

Rechnen mit oberen Grenzwerten

a) Es seien $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$, $\{b_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ beschränkte reelle Folgen. Zeigen Sie:

$$\liminf_{n \rightarrow \infty} a_n + \limsup_{n \rightarrow \infty} b_n \leq \limsup_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) \leq \limsup_{n \rightarrow \infty} a_n + \limsup_{n \rightarrow \infty} b_n.$$

b) Bestimmen Sie $\liminf_{n \rightarrow \infty} a_n$ und $\limsup_{n \rightarrow \infty} a_n$ für die Folgen $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ mit

$$a_n = (1 + (-1)^n) (-1)^{n(n+1)/2} \quad \text{bzw.} \quad a_n = \left(1 + \frac{(-1)^n}{2n}\right)^{3n}.$$